

Solⁿ 13:-

$$\text{Let } I = \int e^{2x} \sin 3x \, dx$$

$$= e^{2x} \int \sin 3x \, dx - \int \left\{ \frac{d}{dx} e^{2x} \int \sin 3x \, dx \right\} dx$$

$$= e^{2x} \left(-\frac{\cos 3x}{3} \right) - \int 2e^{2x} \left(-\frac{\cos 3x}{3} \right) dx$$

$$= -\frac{e^{2x} \cos 3x}{3} + \frac{2}{3} \int e^{2x} \cos 3x \, dx$$

$$= -\frac{e^{2x} \cos 3x}{3} + \frac{2}{3} \left[e^{2x} \int \cos 3x \, dx - \int \left\{ \frac{d}{dx} e^{2x} \int \cos 3x \, dx \right\} dx \right]$$

$$\Rightarrow -\frac{e^{2x} \cos 3x}{3} + \frac{2}{3} \left[\frac{e^{2x} \sin 3x}{3} - \int 2e^{2x} \frac{\sin 3x}{3} dx \right]$$

$$\Rightarrow -\frac{e^{2x} \cos 3x}{3} + \frac{2}{9} e^{2x} \sin 3x - \frac{4}{9} \int e^{2x} \sin 3x \, dx$$

$$\Rightarrow -\frac{e^{2x} \cos 3x}{3} + \frac{2}{9} e^{2x} \sin 3x - \frac{4}{9} I + C$$

$$\text{or } \left(1 + \frac{4}{9} \right) I = \frac{e^{2x}}{3} \left[\frac{2 \sin 3x}{3} - \cos 3x \right] + C$$

$$\text{or } \frac{13}{9} I = \frac{e^{2x}}{9} [2 \sin 3x - 3 \cos 3x] + C$$

$$\therefore I = \frac{e^{2x}}{13} [2 \sin 3x - 3 \cos 3x] + C \quad \underline{\text{Ans}}$$