

Solve $\int e^{2x} \sin^3 x dx$

$$I = \int e^{2x} \sin 3x dx$$

$$I = \sin 3x \int e^{2x} dx - \int (3 \cos 3x) \frac{e^{2x}}{2} dx$$

$$= \sin 3x \frac{e^{2x}}{2} - \frac{3}{2} \int \cos 3x e^{2x} dx$$

$$= \sin 3x \frac{e^{2x}}{2} - \frac{3}{2} \left(\cos 3x \frac{e^{2x}}{2} \int (-\sin 3x (3)) \frac{e^{2x}}{2} dx \right)$$

$$\sin 3x e^{2x} - \frac{3}{4} \cos^3 x e^{2x} - \frac{3}{2} \frac{3}{2} \int \sin 3x e^{2x} dx$$

$$= \left(\frac{\sin 3x}{2} - \frac{3}{4} \cos 3x \right) e^{2x} - \frac{9}{4} I$$

$$= I + \frac{9}{4} I = \left(\frac{\sin 3x}{2} - \frac{3}{4} \cos 3x \right) e^{2x}$$

$$\Rightarrow I = \frac{4}{13} \left(\frac{\sin 3x}{2} - \frac{3}{4} \cos 3x \right) e^{2x}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2 \sin 3x}{13} - \frac{3 \cos 3x}{13} \right) e^{2x} + c \text{ Ans}$$